**Universidad Tecnológica de Panamá**

**Facultad de Ingeniería de Sistemas Computacionales**

**Licenciatura en Ingeniería de Sistemas de Información**

**TRABAJO EN GRUPO No.1**

**Curso: MÉTODOS NUMÉRICOS**

**lll SEMESTRE**

**Profesora: Gionella L. Araujo**

**Grupo:** 1IF122

**Integrantes:**

Orlando Castillo [ 8-956-270]

Michael Solis [ 8-958-1219]

**Fecha de entrega:**

**Lunes, 6 de abril de 2020**

# Índice

[Índice 2](#_Toc37021791)

[Introducción 3](#_Toc37021792)

[I. RAICES DE FUNCIONES: ALEBRAICAS Y TRANSCENDENTALES 4](#_Toc37021793)

[1. Métodos de aproximaciones sucesivas 4](#_Toc37021794)

[2. Métodos que usan intervalos para calcular las raíces 4](#_Toc37021795)

[2.1 Método de intervalo medio 5](#_Toc37021796)

[2.2 Método de REGULA FALSI, o Regla Falsa 6](#_Toc37021797)

[3. Métodos abiertos para el cálculo de raíces 7](#_Toc37021798)

[3.1 Método de NEWTON-RAPHSON 7](#_Toc37021799)

[3.2 Método de la Secante 10](#_Toc37021800)

[Conclusión 12](#_Toc37021801)

[Bibliografía 13](#_Toc37021802)

# Introducción

Los métodos numéricos son una serie de técnicas para resolver diversos problemas matemáticos a nivel de ingeniería y científicos de computación, mejorando nuestra habilidad para resolver adecuadamente problemas en computadora y además alimenta un poco el conocimiento matemático con el entendimiento de procedimientos científicos básicos.

La importancia de los métodos numéricos radica en sus aproximaciones a un valor tan mínimo de error y no en su respuesta con un valor exacto, sino más bien aproximado a cero, gracias a distintos métodos que mostraremos en esta investigación.

# I. RAICES DE FUNCIONES: ALEBRAICAS Y TRANSCENDENTALES

# 1. Métodos de aproximaciones sucesivas

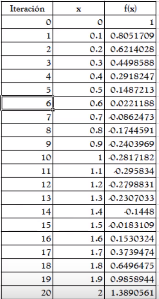
Método utilizado para obtener la solución a una ecuación diferencial. También conocido como el método de aproximaciones sucesivas de Picard.

Con este método, no es necesario que un intervalo atrape una raíz, sino que el valor inicial tiene que ser aproximado a la raíz, la cual se puede obtener mediante métodos gráficos o al detectar un cambio de signo en la función tabular.

Después se despeja la variable independiente de la ecuación, en algo llamado la ecuación de Iteración. La aproximación se sustituye en la ecuación de Iteración, y se consigue una nueva aproximación. El método se repite hasta conseguir una tolerancia antes establecida sobre la cercanía de la raíz.

Hay que tener también un criterio de convergencia, que mientras converja, se pueda seguir evaluando, y que pare cuando diverja.

Ejemplo:



En este ejemplo, se hacen 20 iteraciones, utilizando la función

f(x) = ex -3x , buscamos la primera raíz positiva, (x=0), se evalúa la función, y una vez con el nuevo resultado, se saca la siguiente iteración. Cabe mencionar que se necesita un valor en el paso constante para seguir las iteraciones. En el caso del ejemplo, este valor es 0.1. También cabe mencionar que en este caso el problema, al tener ya resultados negativos, acabará más temprano.

“ejemplo sacado de https://www.youtube.com/watch?v=FdSCTXeNCA4 “

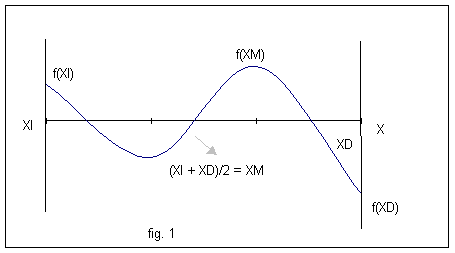
# 2. Métodos que usan intervalos para calcular las raíces

Estos son los métodos que requieren como mínimo dos valores iniciales que son las que forman el intervalo que encierra la raíz, y con esto es que se calcula la misma. Estos métodos incluyen el método de Intervalo Medio o método de Bisección y el método de Regula Falsi o método de Posición Falsa.

## 2.1 Método de intervalo medio

El primer método que utiliza intervalos para calcular raíces, consiste en dividir el intervalo en dos partes iguales reteniendo la mitad en donde f (la función) cambia de signo, para conservar al menos una raíz, y repetir el proceso varias veces.

Podemos ver en un ejemplo, que el punto medio de el intervalo (XI,XD) se denota que f(XM) es positivo. Ya que f(XD)<0, se debe conservar (XM,XD) como semi-intervalo que contiene al menos una raíz. El siguiente paso es evaluar f en el punto medio de este nuevo intervalo (XM,XD), etc.



1. Seleccionar los intervalos iniciales XI y XD de tal forma que la función cambie de signo sobre el intervalo. Después verificar que f(XI) f(XD)<0. Esto nos indica si el método se puede repetir para encontrar mejores estimaciones.

2. Determinar la primera aproximación a la raíz XM, mediante la fórmula:

XM = (XI + XD) / 2

3. Realizar las siguientes evaluaciones, tomando en considerando los siguientes criterios, para determinar en qué subintervalo cae la raíz:

--Si f(XI) f(XM)<0, entonces la raíz se encuentra dentro del primer subintervalo. Por lo tanto, resolver XD =XM y continúe el paso siguiente.

--Si f(XI) f(XM)>0, entonces la raíz se encuentra dentro del segundo subintervalo. En este caso, resolver XI =XM y continúe con el paso 4.

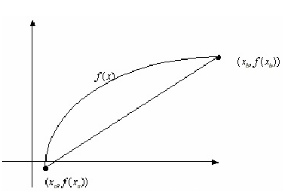
--Si f(XI) f(XM)=0, entonces la raíz es igual a XM y se terminan los cálculos aquí mismo.

4. Determinar la primera aproximación a la raíz XM, mediante la fórmula: XM = (XI + XD)/2

5. Si la nueva aproximación es tan exacta, los cálculos terminan, de otro modo, regresar al paso 3.

## 2.2 Método de REGULA FALSI, o Regla Falsa

Este método combina otros 2 métodos: el método de la bisección y la secante. Se trata de trazar una recta en una gráfica que una los extremos de un intervalo dado, tomando en consideración que la solución está cerca de uno de éstos extremos.



Tomando esta imagen en consideración, hemos agregado esta línea recta que une el intervalo [a,b]. Si tomamos el punto donde la recta corta el eje x, estaremos más cerca de hallar la raíz.

Suponiendo que ya tenemos una función que continua el intervalo [xa, xb], y que f(xa) y f(ba) tienen signos opuestos, deducimos que existe al menos una solución para esa ecuación.

Ahora, necesitamos saber la ecuación de la línea recta que une esos dos puntos. Para ello nos ayudamos de la ecuación punto-pendiente, por eso, hallamos la pendiente:

Después sustituimos en la ecuación de la recta, la cual corta el eje x

----------🡪

Se simplifica y se despeja x 

Después, paso a paso, sería algo como esto:

1. Valores iniciales que dejen las funciones menores que 0
2. Aproximamos la raíz con la fórmula 
3. Se evalúa la función xr, hay 3 casos posibles.
4. signos opuestos en las funciones, por lo quela raíz esta en el intervalo de las funciones xa y xr
5.  por tanto f(xa) y f(xr) tienen el mismo signo. Así que xb y xr han de tener signos distintos, asi que la raíz esta en el intervalo [xr, xa].
6. En este caso, como f(xr)=0 ya tenemos localizada la raíz.

# 3. Métodos abiertos para el cálculo de raíces

Los métodos abiertos, a diferencia de los cerrados, calcula en cada iteración una aproximación a la raíz y se despreocupan de verificar si esta aproximación genera o no un intervalo que contenga una raíz. Esta fórmula puede desarrollarse como una iteración simple de punto fijo (también llamada iteración de un punto o sustitución sucesiva o método de punto fijo).

Los métodos abiertos que estaremos viendo son: Método NEWTON-RAPHSON y Método de la Secante.

## 3.1 Método de NEWTON-RAPHSON

Es el que presenta mejores características de eficiencia, debido a que casi siempre converge a la solución y lo hace en un número reducido de iteraciones.

Quizá sea la más ampliamente utilizado. Si el valor inicial para la raíz es xi, entonces se puede trazar una tangente desde el punto [xi, f(xi)] de la curva. Por lo común, el punto donde esta tangente cruza el eje x representa una aproximación mejorada de la raíz.

De la figura se tiene que la primera derivada en x es equivalente a la pendiente:



que se reordena para obtener:



Para Emplear Este Método:

1.- Se sustituye datos

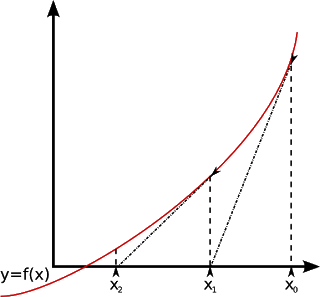
2.- Igualar a Cero la ecuación para obtener f(x) = 0

3.- Graficar o tabular para obtener una 1ra aproximación a la raíz buscando, Xo (valor cercano a la raíz)

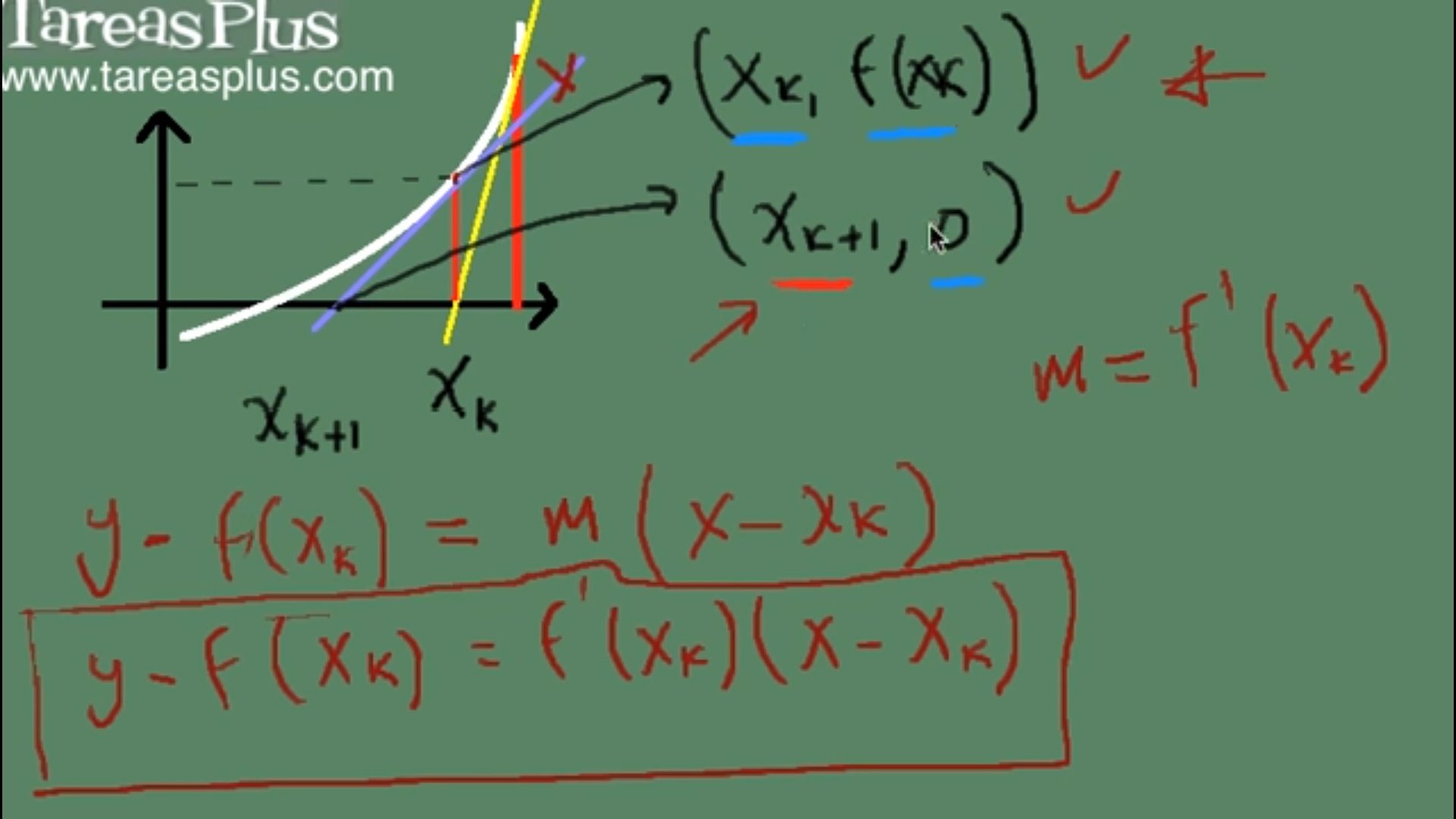
4.- Se deriva la función f(x) para obtener f '(x)

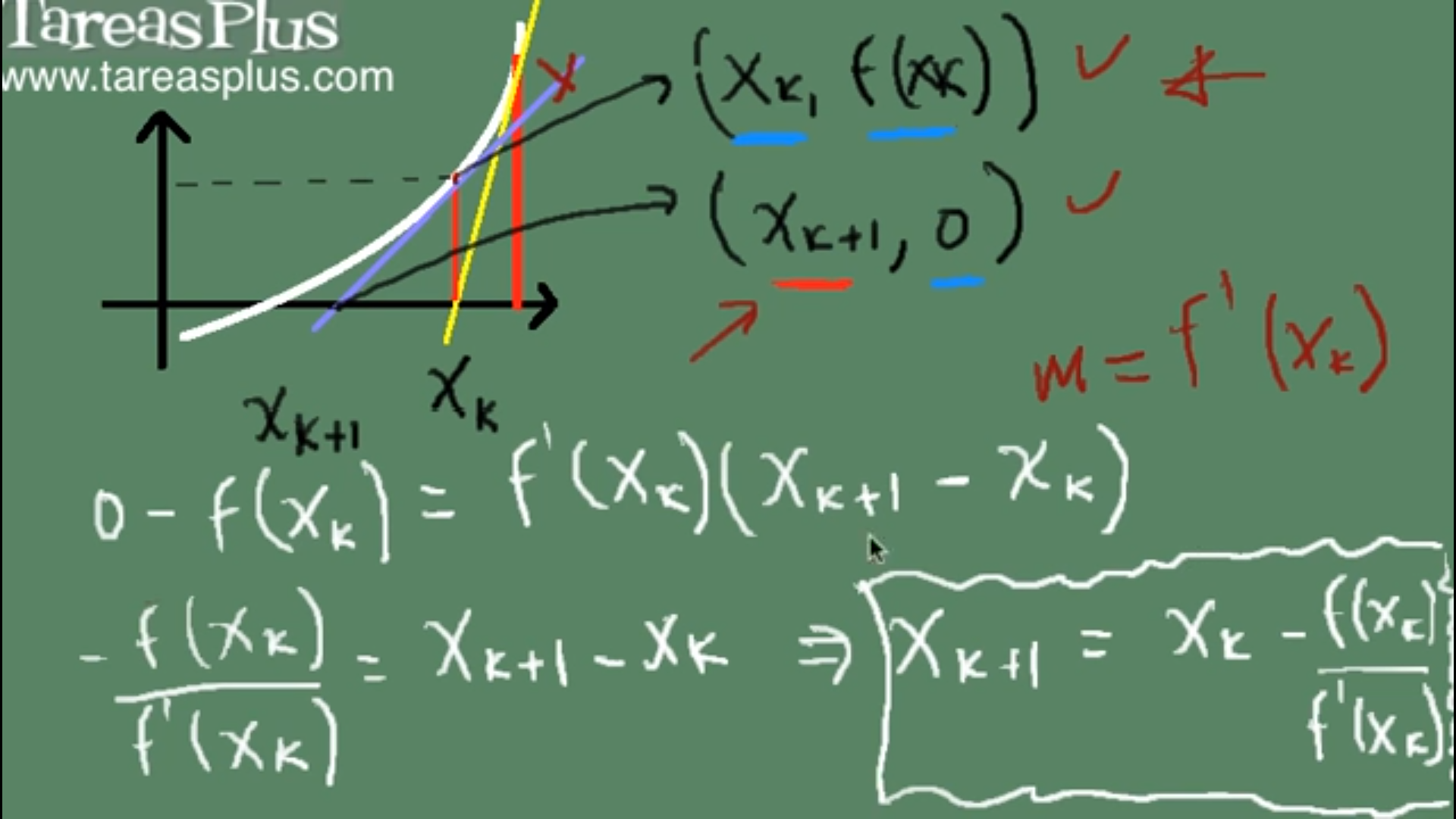
5.- Se aplica la ecuación de recurrencia que utiliza el método





Un ejemplo:





**En donde se encuentra la Ecuación Newton-Raphson**

Este método es una variable del método de punto fijo, por lo cual se debe calcular una función g, esta función g se puede calcular de la forma:

g(X) = X – (f(X)/f ‘(x))

Una vez definida la función g, se debe realizar los siguientes pasos, como en el método de punto fijo.

Se debe elegir una aproximación inicial Xo

Se calcula X1=g(Xo)

Se calcula X2=g(X1)

.............. Xn=g(Xn-1)

Y se repite el paso anterior hasta llegar a una aproximación de la raíz.

## 3.2 Método de la Secante

El principal inconveniente del método de Newton estriba en que requiere conocer el valor de la primera derivada de la función en el punto. Sin embargo, la forma funcional de f(x) dificulta en ocasiones el cálculo de la derivada. En estos casos es más útil emplear el método de la secante.

A partir de la ecuación iterativa que define el método de Newton, se sustituye la derivada por una expresión que la aproxima:

El método de la secante parte de dos puntos (y no sólo uno como el método de Newton) y estima la tangente (es decir, la pendiente de la recta) por una aproximación de acuerdo con la expresión:

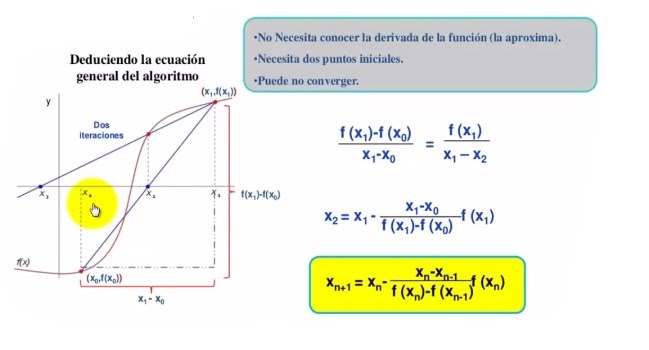
\begin{displaymath}f'(x_{0}) = \frac{f(x_{1})-f(x_{0})}{x_{1}-x_{0}}\end{displaymath}

sustituyendo esta expresión en la ecuación del método de Newton, obtenemos la expresión del método de la secante que nos proporciona el siguiente punto de iteración:

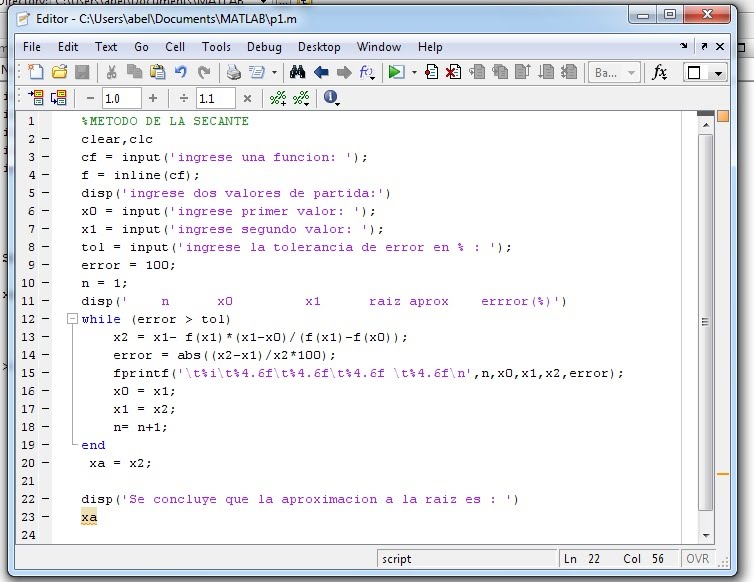
X2 = X1 – ((f(X1) \*(X1-Xo)) /(f(X1)-f(Xo))

* Se debe elegir dos aproximaciones iniciales X1 y X0
* Se calcula X2= Expresión ---------- Xn = Expresión (n-1)
* Y se repite el paso anterior hasta llegar a una aproximación.

Ejemplo



En algoritmo luce así:



# Conclusión

El método de aproximación sucesiva es un método iterativo para obtener una solución a una ecuación diferencial para que itere hasta una resolución específica.

El método de intervalo medio utiliza intervalos para calcular raíces y repetir el mismo procedimiento varias veces.

El método de REGULA FALSI (regla falsa) o falsa posición, consiste en unir 2 puntos, la intersección de esta recta con el eje de coordenadas x representa una mejor aproximación de la raíz aunque no siempre es así.

El método de Newton – Raphson consiste en ir haciendo una serie de aproximaciones hasta que llegamos al valor casi exacto de la raíz cercano a 0.

El método de la Secante es rápido, aunque converge más lentamente que el método de Newton – Raphson y requiere de dos puntos de partida x0, x1, aunque no es necesario que la raíz esté entre ellos.

# Bibliografía

<https://www.youtube.com/watch?v=FdSCTXeNCA4>

N.A. (N.A). Métodos Numéricos. 04/05/2020, de N.A Sitio web:

<https://metodosnumericossite.wordpress.com/2016/10/15/metodos-para-encontrar-raices/>

Eduardo. (2011). Método de la regla falsa. 04/05/2020, de La Guía Sitio web:

<https://matematica.laguia2000.com/general/metodo-de-la-regla-falsa>

N.A. (N.A). Métodos Numéricos. 04/05/2020, de Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez‎ Sitio web:

<https://sites.google.com/site/metalmetnumericos/home/unidad-2/2-1-metodos-de-intervalos>

Juanez. (2016). MÉTODOS CON INTERVALOS. 04/04/2020, de N.A. Sitio web:

<http://proyectomnum.blogspot.com/2016/10/metodos-con-intervalos.html>

Ángel Franco García. (N.A). Método de las aproximaciones sucesivas. 04/03/2020, de Curso Interactivo de Física en Internet Sitio web:

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/numerico/raices/aproximaciones.html>

Métodos abiertos páginas webs usadas:

<https://sites.google.com/site/pn20111/home/4-metodos-abiertos>

<https://sites.google.com/site/pn20111/home/4-metodos-abiertos/4-2-metodo-de-newton>

<https://sites.google.com/site/metnum00/home/unidad-ii/2-2-metodos-abiertos>

<https://www.uv.es/~diaz/mn/node21.html>